

基于矩母函数法的复数域网络编码性能分析

陈罡子¹, 杨静²

(1. 重庆邮电大学 通信与信息工程学院, 重庆 400065; 2. 重庆邮电大学 科学技术处, 重庆 400065)

摘要: 通过引入矩母函数分析方法, 理论分析中继采用复数域网络编码的系统中断概率闭合表达式, 并分析其对不同调制方式的平均误符号概率的影响。计算机仿真表明, 中断概率的闭合表达与近似表示的差异与信噪比的高低有较强的关系。

关键词: 复数域网络编码; 矩母函数; 中断概率; 符号错误概率

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2012)Z2-0276-04

Performance analysis of complex field network coding based on moment generating function

CHEN Gang-zi¹, YANG Jing²

(1. School of Communications and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China;

2. Science & Technology Division, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: The moment generating function was introduced to analysis closed-form expression for the outage probability that the relays employ complex field network coding, and the effect on symbol error probability with various modulation mode was evaluated. Computer simulation results demonstrate that the difference between closed expression and the approximate representation of outage probability greatly relies on the level of signal to noise ratio.

Key words: complex field network coding; moment generating function; outage probability; symbol error probability

1 引言

中断概率(OP, outage probability)和平均误符号率(SER, symbol error probability)是描述无线传输系统性能的 2 个重要指标, 分析研究不同应用场景系统性能及性能改善方案, 对提高网络系统容量和改善通信质量至关重要。通常, 影响无线通信系统中断性能的因素主要有无线信道对传输信号的影响以及系统方面无线资源提供的能力等。从无线信道对传输信号的影响角度看, 主要是如何在收/发部分进行有效的信源、信道编解码、信号检测与估计及调制解调等, 而协作传输和网络编码正是实现这一

要求的关键技术^[1,2]。

现有研究表明协作网络编码可以有效改善系统性能^[3,4], 为链路的可靠传输提供了更多的保障; 采用网路编码技术则可以既实现前述的协作作用也可以提高解码或接收性能^[5-7]。虽然如此, 但由于无线信道的多样性和复杂性, 实际的协作网络编码在系统性能提升方面会受到一定的影响和制约, 因此有必要结合无线信道特性研究协作网络编码系统性能。

目前, 已有一些研究者开始分析研究不同应用场景中 Nakagami-m 衰落信道协作网络编码系统性能, 如考虑中继的双向或单向性, 单节点中继系统

收稿日期: 2012-10-23

基金项目: 重庆市自然科学基金资助项目 (CSTCjjA40001)

Foundation Item: The Natural Science Foundation Project of CQ CSTC (CSTCjjA40001)

与多播中继系统下的类似问题^[8-10]。针对不同衰落信道下，有考虑双向中继系统结构中模拟网络编码的中断性能^[8]的，有考虑多中继节点单向的中继结构网络编码的中断性能^[9]的，有考虑多播中继系统中复数域网络编码的中断性能^[10]的。这些研究工作主要是围绕如何求得各种情形下的中断概率表示，并考虑中断概率与其他性能的结合，如功率分配的优化、接收端的信噪比等。

这些研究工作在改善系统性能方面取得了一些进展，但在中断概率和平均误符号概率性能的具体描述上表现不足，这主要体现在所选择的模型通常是较为简单的信道模型和网络编码方式，从而导致实际中断性能的计算不够精确，这对实际系统测量会带来较大的影响，因此有必要研究复杂信道环境下网络编码的中断和平均误符号概率性能。

为此，本文通过引入矩母函数(MGF, moment generating function)，分析了较适应于 Nakagami-m 衰落信道下的复数域网络编码的中断概率和平均误符号概率的闭合表达式，并通过计算机仿真比较了闭合和近似表示的相关性能。

2 系统模型

这里，考虑如图 1 所示的一个多播中继通信的简单模型，其中 2 个源节点 A、B 通过直传和中继转发 2 条链路将信号发送至目的节点 D₁、D₂，所有节点均配置单天线并采用半双工模式，通过正交时分信道发射信号。假定源节点与中继节点链路、源节点与目的节点链路、中继节点与目的节点链路的信道幅度增益是统计独立的，且分别服从参数为 (m_{ij}, λ_{ij}) 的 Nakagami-m 分布，其中，i ∈ {A, B, R}，j ∈ {R, D₁, D₂}。

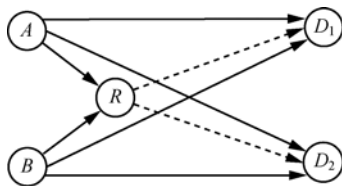


图 1 系统模型

假定整个信息传送过程包括 2 个阶段，其中第 1 阶段，2 个源节点将各自信号进行广播，中继和 2 个目的节点的接收信号都可以表示为 $y_j = \sqrt{P}h_{Aj}x_A + \sqrt{P}h_{Bj}x_B + n_j^1$ ，其中，P 为发射功率，n_j¹ 表示节点 j 在第一阶段观测到的加性高斯白噪

声，其均值为 0，方差为 N₀，j ∈ {R, D₁, D₂}，第 2 阶段，中继节点按照某种特定的方式对收到的信号进行网络编码并将其转发至 2 个目的节点，其转发信号可写为 $x_R = f(y_R)$ ，f(·) 表示所选取的编码方式。为此目的节点接收信号可以表示为 $y_j = \sqrt{P}h_{Rj}x_R + n_j^2$ ，其中，j ∈ {D₁, D₂}。

3 性能分析

这里采用矩母函数分析方法，推导中继采用复数域网络编码技术时系统中中断概率的闭合表示方法和符号错误概率。

3.1 中断概率闭合表示分析

如果互信息 I 低于给定频谱利用率 Rbit · s⁻¹ · Hz⁻¹ 时，即发生了中断事件，相应的中断概率可表示为 P_{out} = Pr[I < R]。文中所讨论的多播中继通信系统模型可看成是由 2 个多址信道组成，分别为 {A, B} - R - D₁ 链路和 {A, B} - R - D₂ 链路，2 个多址接入信道链路则分别对应 2 个中断事件。多播中继通信系统是“多点对多点”的多用户传输，当多用户中的任一用户处于中断状态时，那么该多播中继通信系统就处于中断状态。

若中继节点采用复数域网络编码(CFNC, complex field network coding)^[7] 技术时，第 1 阶段，中继节点 R 和 2 个目的节点 D 同时接收到来自源节点的信号，其接收的信号可分别表示为 $y_j = \sqrt{P}h_{Aj}\theta_1x_A + \sqrt{P}h_{Bj}\theta_2x_B + n_j$ ，其中，θ₁ 和 θ₂ 在复数域中取值，j ∈ {R, D₁, D₂}。

第 2 阶段，中继节点先将估计后的信号进行复数域上的合并，再将合并后的信号转发给 2 个目的节点，接收的信号可以表示为 $y_{Rj} = \sqrt{P}h_{Rj}(\theta_1\hat{x}_A + \theta_2\hat{x}_B) + n_j$ ，最后目的节点采用最大合并比将 2 个阶段接收到的信号进行合并。假定一个多址信道的中断概率为 P_{out}^{CFNC}，由于系统模型的对称性，可知另一个多址信道的中断概率与之相等。

根据前面定义的中断概率计算方法，D₁ 发生中断事件的概率为 P_{out}^{CFNC}。

$$\begin{aligned} P_{out}^{CFNC} &= \Pr[I_{CFNC} < R] \\ &= \Pr\left[\frac{1}{2} \min\{\text{lb}(1 + \Gamma_{SR}), \text{lb}(1 + \Gamma_{SD_1} + \Gamma_{RD_1})\} < R\right] \\ &= \Pr\left[\frac{1}{2} \text{lb}\left[1 + 2\gamma \min\{|h_{AR}|^2, |h_{AD_1}|^2 + |h_{RD_1}|^2\}\right] < R\right] \end{aligned}$$

$$= \Pr[\gamma|h_{AR}|^2 < w] + \Pr[\gamma|h_{AR}|^2 > w] \Pr[\gamma|h_{AD_1}|^2 + \gamma|h_{RD_1}|^2 < w] \quad (1)$$

其中, Γ_{ij} 为节点 i 与 j 间的互信息, $i \in \{A, B, R\}$,

$$j \in \{R, D_1, D_2\}, \quad \gamma = \frac{P}{N_0}, \quad w = \frac{2^{2R} - 1}{2}.$$

根据文献[11]中(5.15)可知 $|h_{AR}|^2$ 的矩母函数, 从而求得

$$\Pr[\gamma|h_{AR}|^2 < w] = 1 - e^{-\frac{\theta_{AR}w}{\gamma}} \sum_{n=0}^{m_{AR}-1} \frac{\left(\frac{\theta_{AR}w}{\gamma}\right)^n}{n!} \quad (2)$$

其中, $\theta_{AR} = \frac{m_{AR}}{\lambda_{AR}}$, $\lambda_{AR} = d_{AR}^{-l}$, l 为路径衰落系数。

由于随机变量 $|h_{AD_1}|^2$ 和 $|h_{RD_1}|^2$ 相互独立, 利用矩母函数的性质可以计算 $\gamma|h_{AD_1}|^2 + \gamma|h_{RD_1}|^2$ 的矩母函数 $M_\gamma(s)$ 为

$$M_\gamma(s) = \left(\frac{\theta_{AD_1}}{s\gamma + \theta_{AD_1}}\right)^{m_{AD_1}} \left(\frac{\theta_{RD_1}}{s\gamma + \theta_{RD_1}}\right)^{m_{RD_1}} \quad (3)$$

因此, 可得到 $P_{out} = \Pr[\gamma|h_{AD_1}|^2 + \gamma|h_{RD_1}|^2 < w]$ 为

$$\begin{aligned} P_{out}|_{x=w} &= L^{-1} \left[\frac{1}{s} \left(\frac{\theta_{AD_1}}{s\gamma + \theta_{AD_1}}\right)^{m_{AD_1}} \left(\frac{\theta_{RD_1}}{s\gamma + \theta_{RD_1}}\right)^{m_{RD_1}} \right] \\ &\approx L^{-1} \left[\frac{1}{s} \left(\frac{\theta_{AD_1}}{s\gamma}\right)^{m_{AD_1}} \left(\frac{\theta_{RD_1}}{s\gamma}\right)^{m_{RD_1}} \right] \\ &= \left(\frac{\theta_{AD_1}}{\gamma}\right)^{m_{AD_1}} \left(\frac{\theta_{RD_1}}{\gamma}\right)^{m_{RD_1}} L^{-1} \left[\left(\frac{1}{s}\right)^{m_{AD_1} + m_{RD_1} + 1} \right] \\ &= \left(\frac{\theta_{AD_1}}{\gamma}\right)^{m_{AD_1}} \left(\frac{\theta_{RD_1}}{\gamma}\right)^{m_{RD_1}} \frac{1}{(m_{AD_1} + m_{RD_1})!} w^{m_{AD_1} + m_{RD_1}} \end{aligned} \quad (4)$$

将式(2)、式(4)代入式(1), 可以得到中继采用复数域网络编码通信系统的中断概率

$$\begin{aligned} P_{out}^{CFNC} &= \left[1 - e^{-\theta_{AR}w} \sum_{n=0}^{m_{AR}-1} \frac{(\theta_{AR}w)^n}{n!} \right] + \\ &\quad \frac{\theta_{AD_1}^{m_{AD_1}} \theta_{RD_1}^{m_{RD_1}} e^{-\theta_{AR}w}}{\gamma^{m_{AD_1} + m_{RD_1}} (m_{AD_1} + m_{RD_1})!} w^{m_{AD_1} + m_{RD_1}} \sum_{n=0}^{m_{AR}-1} \frac{(\theta_{AR}w)^n}{n!} \end{aligned} \quad (5)$$

3.2 平均误符号概率

整个系统的符号错误出现情况有 2 种, 在源节点和中继节点链路错误译码(\bar{P}_e^{SR})时, 目的节点仅利用源节点和目的节点链路接收信号进行检测导致的误码(\bar{P}_e^{SD}); 在源节点和中继节点链路正确译码时, 目的节点将 2 次接收到的信息进行最大合并比合并导致的误码(\bar{P}_e^D)。因此, 平均误符号概率可表示为

$$SER = \bar{P}_e^{SR} \bar{P}_e^{SD} + (1 - \bar{P}_e^{SR}) \bar{P}_e^D \quad (6)$$

其中,

$$\bar{P}_e^{SR} = \frac{1}{\pi} \int_0^{(M_{psk}-1)\pi/M_{psk}} M_{\gamma_{SR}} \left(\frac{g_{psk}}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \quad (7)$$

$$\bar{P}_e^{SD_1} = \frac{1}{\pi} \int_0^{(M_{psk}-1)\pi/M_{psk}} M_{\gamma_{SD_1}} \left(\frac{g_{psk}}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \quad (8)$$

$$\bar{P}_e^D = \frac{1}{\pi} \int_0^{(M_{psk}-1)\pi/M_{psk}} M_{\gamma_{SD_1}} \left(\frac{g_{psk}}{\sin^2 \theta} \right) M_{\gamma_{RD_1}} \left(\frac{g_{psk}}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \quad (9)$$

$$g_{psk} = \sin^2 \left(\frac{\pi}{M_{psk}} \right), \quad M_{psk} \text{ 为调制阶数, } M_\gamma(\cdot) \text{ 为}$$

接收信噪比的矩生成函数。

4 仿真结果分析

本文以 Nakagami-m 衰落信道为例, 分析了中继采用复数域网络编码技术时系统中断概率和平均误符号概率。

首先给出中继采用复数域网络编码技术时本文所提出的系统中断概率的闭合表示方法与文献[10]在高信噪比时的中断概率近似表达式的性能比较, 如图 2 所示。可以发现, 在同等条件时, 本文提出的中断概率的闭合表示方法与文献[10]在高信噪比时的中断概率近似表达式是有一定的差别, 且在小信噪比时二者性能较为接近, 但随信噪比提升时二者的差异开始逐步变大。

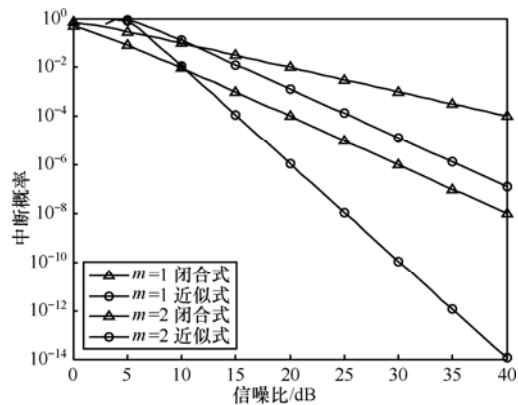


图 2 中断概率与 SNR 的关系

图 3 以 $m=1$ 的 Nakagami- m 衰落信道(Rayleigh 信道)为例分析了采用矩母函数的方法, 进一步分析中继采用复数域网络编码技术时的平均误符号概率。从图 3 中可以看出, 随着调制阶数提高, 性能逐渐降低。同时, MPSK 信号平均误符号概率随着信噪比的提高性能也得到了改善。当 SER 性能为 10^{-3} 时, 可以看到采用 BPSK 较采用 QPSK 和 8PSK 分别提升了近 5dB 和 11dB。

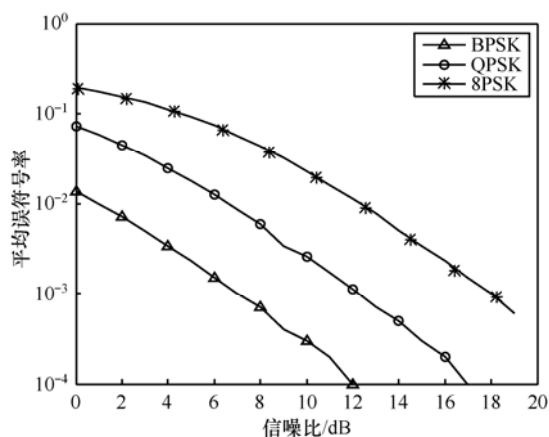


图 3 MPSK 信号平均符号错误概率性能

5 结束语

本文在 Nakagami- m 衰落信道下, 分析了无线通信中常见的两信源单中继两目的节点的协作通信系统性能。通过使用矩母函数的方法, 推导了中继采用复数域网络编码技术时的系统中断性能表示方法以及不同调制方式下的平均误符号概率, 并比较此理论中断概率闭合表达式与其他理论近似式。

参考文献:

- [1] SENDONARIS A, ERKIP E, ZHANG A B. User cooperation diversity-part II: implementation aspects and performance analysis[J]. IEEE Transaction on Communications, 2003,51(11): 1939-1948.
- [2] YEUNG R W, LI S Y, CAI N. Network Coding Theory[M]. Hanover: NOW Publishers Inc, 2006.
- [3] WANG T, GIANNAKIS G B. Complex field network coding for multiuser cooperative communications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2008,26(3): 561-571.

- [4] DU J F, XIAO M, MILAEL S. Cooperative network coding strategies for wireless relay networks with backhaul[J]. IEEE Transaction on Communications, 2011,59(9):2502-2514.
- [5] ZHANG S, LIEW S C, LAM P. Hot topic: physical layer network coding[A]. Proceedings of the International Conference on Mobile Computing and Networking[C]. USA, 2006.358-365.
- [6] KATTI S, GOLLAKOTA S, KATABI D. Embracing wireless interference: analog network coding[A]. ACM SIGCOMM[C]. USA, 2007. 397-408.
- [7] WANG T, GIANNAKIS G B. High throughput cooperative communications with complex field network coding[A]. Proceedings of the 41st Annual Conference on Information Sciences and Systems[C]. USA, 2007. 253-258.
- [8] WANG G K, XING W, YUAN J H. Outage performance of analog network coding in generalized two-way multi-hop networks[A]. Proceedings of Wireless Communications and Networking Conference (WCNC) [C]. Hong Kong, China, 2007. 1988-1993.
- [9] PENG L, KIM M. Outage Probability analysis of physical layer network coding in bidirectional relay networks[A]. 2010 25th Biennial Symposium on Communications (QBSC) [C]. Kingston, Canada, 2010. 130-133.
- [10] ZHAO R, YANG L X, HUANG Y M. Performance analysis of network coding for multicast relay system over Nakagami- m fading channels[J]. Science China Information Science, 2011, 54(11): 2338-2348.
- [11] SIMON M K, ALOUINI M S. Digital Communication over Fading Channels[M]. New Jersey: Wiley Inter-science, 2005.

作者简介:



陈罡子 (1987-), 女, 重庆石柱人, 重庆邮电大学硕士生, 主要研究方向为无线移动通信理论与技术。



杨静 (1972-), 女, 四川大邑人, 硕士, 重庆邮电大学高级工程师, 主要研究方向为无线通信理论与技术。